

DETERMINAZIONE ANALITICA DELLA FASATURA OTTIMA DI COMBUSTIONE IN MOTORI AD ACCENSIONE COMANDATA

Alberto Beccari¹, Stefano Beccari¹, Emiliano Pipitone¹

¹Dipartimento di Meccanica, Università degli Studi di Palermo
Viale delle Scienze, 90128 Palermo

SOMMARIO

È noto che l'anticipo di accensione è uno dei parametri più importanti da controllare per ottenere la massima prestazione da un motore ad accensione comandata: cambiando tale anticipo, infatti, si modifica la fasatura di combustione, ovvero il posizionamento della fase di introduzione del calore rispetto al moto dello stantuffo. Cogliendo l'ottimo di tale fasatura si consegue il valore massimo della coppia erogata e quindi del rendimento del motore in assegnate condizioni operative.

In questo lavoro si esamina quali sono e come agiscono su detta fasatura ottima i vari parametri che la influenzano: l'arco di combustione, cioè la durata angolare del fenomeno, le modalità di rilascio del calore, gli scambi termici con le pareti e le perdite per attrito meccanico. Si perviene alla conclusione teorica, peraltro ben nota sperimentalmente, che la fasatura ottima di combustione è in ritardo rispetto alla simmetria al punto morto superiore (PMS) e ciò soprattutto a causa della diabaticità dei fenomeni e delle perdite meccaniche del motore.

Si ottiene, nel caso limite di combustione istantanea, una formula che fornisce l'angolo di ritardo ottimo fra la posizione della combustione e il PMS. Questo angolo assume valori di circa 7° di manovella per effetto degli scambi termici a cui vanno sommati circa 2° per effetto delle perdite meccaniche. Tali valori si ottengono conoscendo, o stimando in modo adeguato, l'entità degli scambi termici e delle perdite per attrito meccanico.

INTRODUZIONE

Il posizionamento angolare della fase di combustione, rispetto al movimento dello stantuffo, è uno dei parametri che influenzano maggiormente il valore della coppia erogata da un motore ad accensione comandata. Poiché il suddetto posizionamento dipende dall'istante (angolo di manovella) di accensione (anticipo di accensione rispetto al PMS), quest'ultimo parametro va controllato opportunamente per ottenere la massima prestazione dal motore, in ogni condizione operativa. Lo scopo di questo lavoro è di determinare, su base teorica, quale sia la posizione della fase di introduzione del calore Q_i che garantisce la massima coppia motrice. Questa posizione ottima dipende da vari fattori: la durata angolare e la modalità con cui avviene la combustione (legge di rilascio del calore), gli scambi termici tra gas e pareti del cilindro e le perdite per attrito meccanico. L'approccio teorico al problema proposto è condotto per successivi gradi di approssimazione, in base alle seguenti ipotesi di lavoro:

Evoluzione istazionaria, ideale, zerodimensionale del medesimo gas perfetto all'interno della camera di combustione.

Evoluzione adiabatica in assenza di attrito.

Capacità termica massica del gas costante (eventuale effetto di una sua variazione con la temperatura).

Combustione istantanea.

Combustione di durata finita pari a $\mathcal{G}_c = \mathcal{G}_b - \mathcal{G}_a$, essendo \mathcal{G}_a e \mathcal{G}_b le posizioni angolari di inizio e fine combustione.
Scambi termici fra gas e pareti non nulli.
Perdite per attrito meccanico non nulle.

ANDAMENTO DELLA TEMPERATURA DURANTE LA COMBUSTIONE

È possibile valutare, nelle ipotesi *a*, *b*, *c*, *e*, soprastanti, l'andamento della temperatura in funzione dell'angolo di manovella \mathcal{G} . Trascurando la velocità del gas e quindi le relative perdite per attrito fluidodinamico, si scrivono il primo ed il secondo principio della termodinamica relativamente ad un intervallo di tempo infinitesimo dt , a cui corrisponde una rotazione della manovella $d\mathcal{G}$, durante il quale il gas riceve la quantità di calore massico dQ_m dovuto alla combustione.

$$dQ_m = c_v dT + p dv = c_v dT + RT \frac{dv}{v} = T dS \quad (1)$$

dove T , v , p , S , c_v ed R sono rispettivamente la temperatura, il volume massico, la pressione, l'entropia specifica, il calore specifico a volume costante e la costante del gas.

Ponendo:

$$\varphi(\mathcal{G}) = \frac{R}{c_v} \frac{1}{v} \frac{dv}{d\mathcal{G}} = \frac{k-1}{v} \frac{dv}{d\mathcal{G}} \quad \psi(\mathcal{G}) = -\frac{1}{c_v} \frac{dQ_{in}}{d\mathcal{G}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta S_{ab}}{c_v} = \ln \left(1 + \frac{Q_2}{c_v T_{A_0}} \right) \quad (7)$$

con $k=c_p/c_v$ esponente dell'isentropica, la (1) assume la forma di un'equazione differenziale lineare:

$$\frac{dT}{d\mathcal{G}} + T \cdot \varphi(\mathcal{G}) + \psi(\mathcal{G}) = 0 \quad (2)$$

il cui integrale generale è:

$$T = e^{-\int \varphi(\mathcal{G}) d\mathcal{G}} \left[\text{costante} - \int \psi(\mathcal{G}) e^{\int \varphi(\mathcal{G}) d\mathcal{G}} d\mathcal{G} \right];$$

la soluzione è quindi:

$$T v^{k-1} = \text{costante} - \int \psi(\mathcal{G}) \cdot v^{k-1} d\mathcal{G} \quad (3)$$

che applicata tra inizio e fine combustione (tra \mathcal{G}_a e \mathcal{G}_b) fornisce:

$$T_b v_b^{k-1} = T_a v_a^{k-1} + \frac{1}{c_v} \int_{\mathcal{G}_a}^{\mathcal{G}_b} v^{k-1} \frac{dQ_{in}}{d\mathcal{G}} d\mathcal{G} = \zeta_b \quad (4)$$

Dalla (1) risulta che l'incremento di entropia ΔS_{ab} , corrispondente all'introduzione di calore $Q_1 = \int_{\mathcal{G}_a}^{\mathcal{G}_b} dQ_{in}$, è pari a:

$$\begin{aligned} \Delta S_{ab} &= \int_a^b \left[c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v} \right] = c_v \left[\ln \frac{T_b}{T_a} + \frac{R}{c_v} \ln \frac{v_b}{v_a} \right] = \\ &= c_v \ln \frac{T_b v_b^{k-1}}{T_a v_a^{k-1}} = c_v \ln \frac{\zeta_b}{\zeta_a} = \\ &= c_v \ln \left[1 + \frac{1}{c_v T_a v_a^{k-1}} \int_{\mathcal{G}_a}^{\mathcal{G}_b} v^{k-1} \frac{dQ_{in}}{d\mathcal{G}} d\mathcal{G} \right] = \\ &= c_v \ln \left[1 + \frac{1}{c_v T_{PMS} v_{PMS}^{k-1}} \int_{\mathcal{G}_a}^{\mathcal{G}_b} v^{k-1} \frac{dQ_{in}}{d\mathcal{G}} d\mathcal{G} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

dove le grandezze con pedice a e b si riferiscono all'istante di inizio e fine combustione rispettivamente, T_{PMS} e v_{PMS} sono temperatura e volume massico del gas al punto morto inferiore (PMI), legati a T_a e v_a dall'equazione dell'isentropica ed indipendenti da posizione e durata dell'arco di combustione. Il massimo rendimento del ciclo termodinamico si ottiene quando l'incremento ΔS_{ab} è minimo, a condizione che compressione ed espansione siano isentropiche, infatti, in questo caso, $-\Delta S_{ab}$ è la diminuzione di entropia proporzionale al calore Q_2 , sottratto a volume costante, necessario per chiudere il ciclo termodinamico. Con riferimento al ciclo termodinamico (A_0EFGHH_0) di Figura 1 e ponendo: $x(\mathcal{G}) = \frac{Q_m(\mathcal{G})}{Q_1} =$ frazione di calore rilasciata durante la rotazione da \mathcal{G}_a a \mathcal{G} (con $\mathcal{G}_a < \mathcal{G} < \mathcal{G}_b$) rispetto al totale $Q_1 = Q_{in}$ (\mathcal{G}_b) e valutando il calore Q_2 sottratto lungo l'isocora v_{PMS} per chiudere il ciclo:

$$Q_2 = c_v T_{A_0} (e^{\frac{\Delta S_{ab}}{c_v}} - 1) \quad (6)$$

dalla (5) si ottiene:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta S_{ab}}{c_v} &= \ln \left[1 + \frac{1}{c_v T_C} \int_{\mathcal{G}_a}^{\mathcal{G}_b} \left(\frac{v}{v_C} \right)^{k-1} \frac{dQ}{d\mathcal{G}} d\mathcal{G} \right] = \\ &= \ln \left[1 + \frac{Q_1}{c_v T_C} \int_{\mathcal{G}_a}^{\mathcal{G}_b} \left(\frac{v}{v_C} \right)^{k-1} \frac{dx}{d\mathcal{G}} d\mathcal{G} \right] \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{Q_2}{c_v T_{A_0}} = \frac{Q_1}{c_v T_C} \int_{\mathcal{G}_a}^{\mathcal{G}_b} \left(\frac{v}{v_{PMS}} \right)^{k-1} \frac{dx}{d\mathcal{G}} d\mathcal{G} \\ 1 - \eta &= \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_{A_0}}{T_C} \int_{\mathcal{G}_a}^{\mathcal{G}_b} \left(\frac{v}{v_{PMS}} \right)^{k-1} \frac{dx}{d\mathcal{G}} d\mathcal{G} = \\ &= \frac{1}{\rho^{k-1}} \int_{\mathcal{G}_a}^{\mathcal{G}_b} \left(\frac{v}{v_{PMS}} \right)^{k-1} \frac{dx}{d\mathcal{G}} d\mathcal{G} \end{aligned} \quad (8)$$

dove $v_{PMS}=v_C$ è il volume specifico del gas al PMS, $\rho = V_{PM}/V_{PMS}$ è il rapporto volumetrico di compressione ed η è il rendimento del ciclo termodinamico.

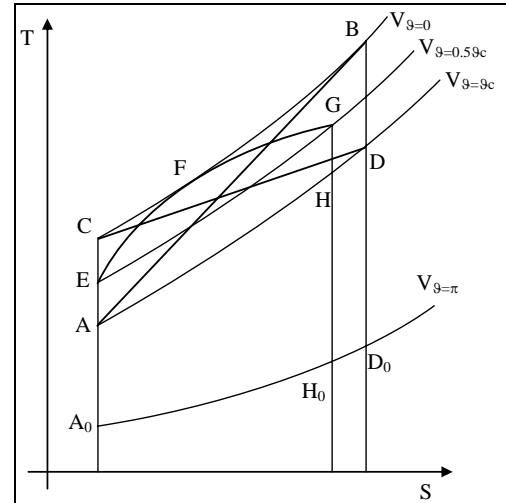


Figura 1 - ciclo termodinamico con combustioni di durata finita (AB, CD e EFG)

La relazione (8) conferma che la combustione di durata finita ($\mathcal{G}_c = \mathcal{G}_b - \mathcal{G}_a$) comporta un minore rendimento del ciclo termodinamico rispetto alla combustione istantanea posizionata al PMS. Questo avviene perchè la combustione di durata finita coinvolge mediamente volumi della camera di combustione maggiori rispetto alla combustione istantanea per la quale si ha:

$$\int_{\mathcal{G}_a}^{\mathcal{G}_b} \left(\frac{v}{v_{PMS}} \right)^{k-1} \frac{dx}{d\mathcal{G}} d\mathcal{G} = \int_{\mathcal{G}_a}^{\mathcal{G}_b} \frac{dx}{d\mathcal{G}} d\mathcal{G} = 1$$

e quindi:

$$1 - \eta = \frac{1}{\rho^{k-1}} \quad (9)$$

FASATURA OTTIMA NEL MOTORE ADIABATICO

Ipotizzando una combustione istantanea (ipotesi d), e quindi isocora, si ha:

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_a = \mathcal{G}_b &\Rightarrow \mathcal{G}_c = 0 \\ v = v_a = v_b &= \text{costante} \end{aligned}$$

Dalla relazione (7), scritta per l'isocora di combustione, si ottiene:

$$\Delta S_{ab} = c_v \ln \left(1 + \frac{Q_1}{c_v T_a} \right) \quad (10)$$

L'aumento di entropia ΔS_{ab} è minimo quando T_a è massimo, a parità di calore introdotto Q_1 , e ciò avviene al PMS ($T_a = T_B$ in Figura 6).

Quando la combustione ha durata finita $\mathcal{G}_c = \mathcal{G}_b - \mathcal{G}_a$, la valutazione di ΔS_{ab} tramite la (5) richiede la conoscenza delle due funzioni $v = v(\mathcal{G})$ (e cioè $V = V(\mathcal{G})$) e $\frac{dQ_m(\mathcal{G})}{d\mathcal{G}} = Q_1 \frac{dx}{d\mathcal{G}}$.

Essendo $V_0 = V_{PMI} - V_{PMS}$ la cilindrata del motore, $\mu = b/r$ il rapporto biella (b) su manovella (r), la prima delle due funzioni può essere scritta nel modo seguente:

$$V(\mathcal{G}) = V_0 \left[\frac{1}{\rho - 1} + \frac{\mu}{2} \left(1 + \frac{1 - \cos \mathcal{G}}{\mu} - \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \mathcal{G}}{\mu^2}} \right) \right] \quad (11)$$

che risulta essere una funzione simmetrica rispetto all'asse delle ordinate passante per l'origine ($\mathcal{G} = 0$). Per quanto riguarda la funzione "rilascio di calore" $Q_m(\mathcal{G})$ e la sua derivata $dQ_m(\mathcal{G})/d\mathcal{G}$, è opportuno riferirsi a grandezze specifiche quali $x = Q_m(\mathcal{G})/Q_1$ (frazione di calore rilasciato) e $y = (\mathcal{G} - \mathcal{G}_a)/\mathcal{G}_c$ (frazione dell'arco di combustione). La funzione $x = x(y)$ deve necessariamente avere origine nel punto O (0; 0) e termine nel punto P (1; 1), poichè all'inizio della combustione ($\mathcal{G} = \mathcal{G}_a$; $y = 0$) il calore rilasciato è nullo ($x = 0$) mentre alla fine ($\mathcal{G} = \mathcal{G}_b$; $y = 1$) tutto il calore Q_1 è stato rilasciato ($x = 1$). La funzione di Wiebe [1] (vedi Figura 2), comunemente utilizzata per simulare il processo di rilascio del calore durante la combustione nei motori ad accensione comandata, ha la seguente espressione:

$$x = 1 - e^{-5y^3} \quad (12)$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dy} = 15y^2(1 - x) \quad (13)$$

inizia nel punto (0; 0) ed è prossima a 1 (0.99) per $y = 1$, quindi rispetta sostanzialmente i caposaldi menzionati prima, mentre la sua derivata non è simmetrica rispetto alla metà dell'arco di combustione ($y = 0.5$). Una funzione più semplice è la seguente:

$$x = y \quad (14)$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dy} = 1 \quad (15)$$

che ha gli estremi in O (0; 0) e P (1; 1) e derivata simmetrica e costante: ciò comporta velocità di combustione costante, ipotesi non plausibile in un motore ad accensione

comandata.

Una funzione più accettabile è, per esempio, la seguente:

$$x = 3y^2 \left(1 - \frac{2}{3}y \right) \quad (16)$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dy} = 6y(1 - y) \quad (17)$$

che, come mostrato in Figura 3, ha gli estremi in O e P e possiede una derivata simmetrica rispetto a metà arco di combustione (derivata con andamento parabolico).

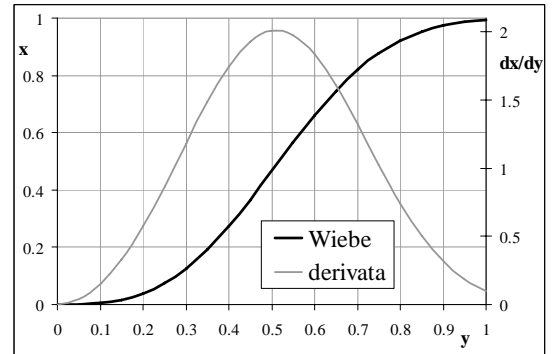


Figura 2 – la funzione di Wiebe e la sua derivata

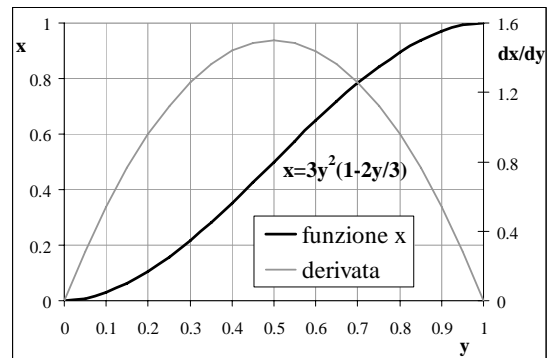


Figura 3 – la funzione (16) e la sua derivata

Funzioni come la (17) e la (13) sono ragionevoli in quanto implicano una velocità di rilascio del calore nulla all'inizio ed alla fine della combustione.

Ora, per studiare le condizioni di minimo della funzione (5), si faccia coincidere l'angolo $\mathcal{G} = 0$ con la mezzeria dell'arco di combustione (\mathcal{G}_c), in modo che questa si sviluppi tra $\mathcal{G}_a = -0.5\mathcal{G}_c$ e $\mathcal{G}_b = 0.5\mathcal{G}_c$; si cercherà quindi il valore dello sfasamento λ , tra la posizione del PMS e $\mathcal{G} = 0$, che minimizza ΔS_{ab} . Definendo le funzioni f , q e F come segue:

$$f = \left(\frac{v}{v_{PMS}} \right)^{k-1} = \left(\frac{V(\mathcal{G})}{V_{PMS}} \right)^{k-1} = \left(\frac{V(\mathcal{G} - \lambda)}{V_{PMS}} \right)^{k-1} = f(\mathcal{G}; \lambda)$$

$$q = \frac{dQ_m}{d\mathcal{G}} = \text{costante} \cdot \frac{dx(\mathcal{G})}{d\mathcal{G}} = q(\mathcal{G})$$

$$F = f \cdot q = F(\mathcal{G}; \lambda) \Rightarrow \int_{\mathcal{G}_a}^{\mathcal{G}_b} f q d\mathcal{G} = \int_{\mathcal{G}_a}^{\mathcal{G}_b} F d\mathcal{G} = \int_{\mathcal{G}_a}^{\mathcal{G}_b} F(\mathcal{G}; \lambda) d\mathcal{G}$$

sarà $\mathcal{G}' = (\mathcal{G} - \lambda)$ l'ascissa generica della funzione volume (V). La (5) diventa:

$$\Delta S_{ab} = c_v \ln \left[1 + \frac{1}{c_v T_{PMI} \rho_0^{k-1}} \int_{g_a}^{g_b} \left(\frac{v}{v_{PMS}} \right)^{k-1} \frac{dQ_{in}}{d\mathcal{G}} d\mathcal{G} \right] = \quad (18)$$

$$= c_v \ln \left[1 + \text{costante} \cdot \int_{g_a}^{g_b} F(\mathcal{G}; \lambda) d\mathcal{G} \right]$$

Applicando la regola di Leibnitz [2]:

$$\frac{\delta}{\delta \lambda} \left(\int_{g_a}^{g_b} F(\mathcal{G}; \lambda) d\mathcal{G} \right) = \int_{g_a}^{g_b} \frac{\delta F}{\delta \lambda} d\mathcal{G}$$

la condizione di minimo per la funzione ΔS_{ab} , poichè solo f dipende dal parametro λ , è:

$$\int_{g_a}^{g_b} \frac{\delta F}{\delta \lambda} d\mathcal{G} = \int_{g_a}^{g_b} \frac{\delta(fq)}{\delta \lambda} d\mathcal{G} = \int_{g_a}^{g_b} q \frac{\delta f}{\delta \lambda} d\mathcal{G} = 0 \quad (19)$$

La (19) consente di trarre la seguente conclusione di carattere generale: in assenza di elementi di asimmetria, la fasatura ottima della combustione si ottiene quando l'angolo corrispondente a metà combustione, definito da $\mathcal{G}=0$, coincide con la posizione del PMS, definita da $\mathcal{G}'=0$, quindi la soluzione è: $\lambda=0$. La funzione f , infatti, possiede una simmetria "pari" ($f(\mathcal{G}')=f(-\mathcal{G}')$ vedi la (11)), quindi la derivata $\delta f / \delta \lambda$ possiede una simmetria "dispari" ($(\delta f / \delta \lambda)_{-g} = -(\delta f / \delta \lambda)_{g}$); quando la funzione q è dotata di simmetria "pari" ($q(\mathcal{G})=q(-\mathcal{G})$), come nel caso della funzione (17) (Figura 3), la (19) è verificata per $\lambda=0$ ($\mathcal{G}'=\mathcal{G}$) perchè, in tal caso, risulta:

$$\int_{g_a}^0 q \frac{\delta f}{\delta \lambda} d\mathcal{G} = - \int_0^{g_b} q \frac{\delta f}{\delta \lambda} d\mathcal{G}$$

Per individuare poi la fasatura ottima, nel caso generale di funzione q anche asimmetrica, si approssimi la (11) con sviluppi in serie del tipo $\cos \mathcal{G} \approx 1 - 0.5\mathcal{G}^2$ e $(1 \pm \varepsilon)^a \approx 1 \pm a\varepsilon$; si ottiene:

$$\frac{V(\mathcal{G}')}{V_{PMS}} \approx 1 + C \cdot \mathcal{G}'^2 = 1 + \varepsilon \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f = \left(\frac{V}{V_{PMS}} \right)^{k-1} \approx 1 + (k-1) \cdot \left(\frac{V}{V_{PMS}} - 1 \right) \approx 1 + C' \cdot \mathcal{G}'^2 =$$

$$= 1 + C'(\mathcal{G} - \lambda)^2$$

$$\Rightarrow \frac{\delta f}{\delta \lambda} \approx C'' \cdot \mathcal{G}' = C''(\mathcal{G} - \lambda) \quad (20)$$

dove C , C' e C'' sono costanti. La (20) consente di visualizzare la condizione di ottimo (19) nella forma:

$$0 = \int_{g_a}^{g_b} q \frac{\delta f}{\delta \lambda} d\mathcal{G} \approx \int_{-0.5\mathcal{G}_c}^{0.5\mathcal{G}_c} C'' \cdot q(\mathcal{G} - \lambda) d\mathcal{G} = 0 = \int_{-0.5\mathcal{G}_c}^{0.5\mathcal{G}_c} (\mathcal{G} - \lambda) \frac{dx}{d\mathcal{G}} d\mathcal{G}$$

da cui è agevole ricavare:

$$\lambda = \frac{\int_{-0.5\mathcal{G}_c}^{0.5\mathcal{G}_c} \mathcal{G} \frac{dx}{d\mathcal{G}} d\mathcal{G}}{\int_{-0.5\mathcal{G}_c}^{0.5\mathcal{G}_c} \frac{dx}{d\mathcal{G}} d\mathcal{G}} = \int_{-0.5\mathcal{G}_c}^{0.5\mathcal{G}_c} \mathcal{G} \frac{dx}{d\mathcal{G}} d\mathcal{G} = \mathcal{G}_g \quad (21)$$

in cui \mathcal{G}_g è l'ascissa del "baricentro" dell'area sottesa dalla funzione $dx(\mathcal{G})/d\mathcal{G}$; questa ascissa è compresa tra il massimo della suddetta funzione e l'angolo $\mathcal{G}=0$. Volendo affinare ulteriormente la valutazione del parametro λ si potrà procedere numericamente per tentativi.

Un elemento importante di asimmetria, oltre all'andamento della funzione $q(\mathcal{G})$, è la variabilità del calore specifico c_v e del coefficiente k . Nella trattazione precedente questi sono stati considerati costanti, mentre, in realtà, c_v cresce con la temperatura e k diminuisce [3]. Poichè durante la combustione la temperatura aumenta, la variazione di c_v e di k introduce una asimmetria nel problema. Anche la trasformazione di aria e combustibile in gas combusti contribuisce a questa asimmetria in quanto cambiano, durante la combustione, c_v e c_p medio del gas considerato.

Dal punto di vista analitico, posto $c_v = B + A \cdot T$ (con $A=\text{costante}$ e $B=c_{v0} \cdot T_0 A=\text{costante}$) e $k_0 = \frac{c_{p0}}{c_{v0}}$, la (1) diventa:

$$dQ_{in} = TdS = c_v dT + pdv = BdT + T \left(R \frac{dv}{v} + AdT \right) \quad (22)$$

ponendo:

$$\varphi(\mathcal{G}) = \frac{R}{B} \frac{1}{v} \frac{dv}{d\mathcal{G}} + \frac{A}{B} \frac{dT}{d\mathcal{G}} \quad \psi(\mathcal{G}) = -\frac{1}{B} \frac{dQ_{in}}{d\mathcal{G}}$$

la (3) conserva la sua validità formale, diventando:

$$T v^{k_0-1} e^{AT/B} = T_a v_a^{k_0-1} e^{AT_a/B} + \frac{1}{B} \int_{g_a}^g v^{k_0-1} e^{AT/B} \frac{dQ_{in}}{d\mathcal{G}} d\mathcal{G} \quad (23)$$

ed infine la (5) diventa formalmente:

$$\frac{\Delta S_{ab}}{B} = \ln \left[1 + \frac{1}{B T_a v_a^{k_0-1} e^{AT_a/B}} \int_{g_a}^{g_b} v^{k_0-1} e^{AT/B} \frac{dQ_{in}}{d\mathcal{G}} d\mathcal{G} \right] \quad (24)$$

La (24) è utile alla valutazione quantitativa del minimo della funzione ΔS_{ab} nel caso $A=0$ ($B=c_{v0}$), trattato in precedenza, mentre ora, con $A \neq 0$, la funzione $T=T(\mathcal{G})$, non è esplicitabile dalla (23), in quanto figura anche a secondo membro all'interno dell'integrale. Analizzando la (24) si può comunque affermare che, essendo $e^{AT/B}$ una funzione monotona crescente tra a e b , la posizione ottima della combustione si sposta, per questo motivo, in anticipo rispetto al caso $A=0$ ($B=c_{v0}$), mentre, poichè un ritardo della combustione fa diminuire la temperatura media di combustione (in Figura 1 e/o in Figura 4, per esempio, la combustione ritardata CD ha temperatura media inferiore rispetto alla combustione simmetrica EFG), si conclude che il valore medio della funzione $e^{AT/B}$ diminuisce con il ritardo, il che favorisce il posizionamento ottimo della combustione in ritardo. All'atto pratico il secondo effetto supera il primo, come risulta dal calcolo numerico per tentativi [4], per cui la variabilità di c_v con la temperatura comporta, in condizioni di ottimo, lo sfasamento della combustione in ritardo di 1-2° di manovella rispetto al caso di ottimo valutato con c_v costante.

FASATURA OTTIMA IN PRESENZA DI SCAMBI TERMICI E PERDITE PER ATTRITO

Considerando gli scambi termici che avvengono tra il gas, a temperatura T , e le pareti della camera di combustione, a temperatura T_w , (ipotesi f del primo paragrafo) l'equazione (1) diventa:

$$dQ_{in} - dQ_w = c_v dT + RT \frac{dv}{v} \quad (25)$$

dove dQ_w è il calore per unità di massa sottratto al gas, durante l'intervallo di tempo dt , dalle pareti la cui temperatura media T_w si assume costante:

$$m \cdot \dot{Q}_w = h \cdot S' \cdot \Delta T = h(\vartheta) \cdot S'(\vartheta) \cdot (T(\vartheta) - T_w) \quad (26)$$

dove m è la massa di gas nel cilindro, h è il coefficiente convettivo, S' è la superficie della camera di combustione e

$$\dot{Q}_w = \frac{dQ_w}{dt}$$

Sia Q_{in} che Q_w sono funzioni dell'angolo di manovella ϑ , ma di certo \dot{Q}_w non ha un andamento simmetrico rispetto alla posizione del PMS ($\vartheta=0$). In questo caso l'equazione differenziale non può essere risolta analiticamente e si possono proporre solo considerazioni qualitative.

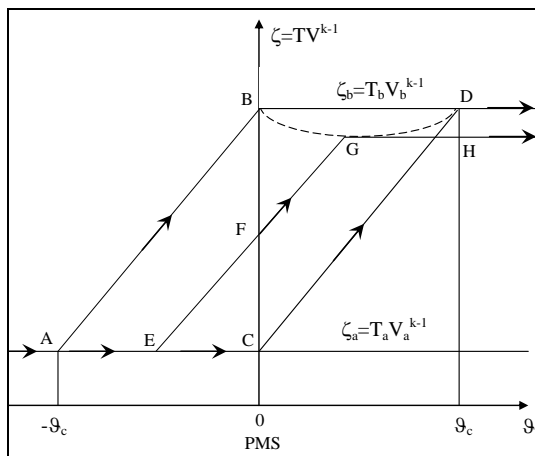


Figura 4 - andamento della funzione TV^{k-1} con combustioni di durata finita (AB, CD ed EFG)

Considerando, in via di prima approssimazione, l'andamento della temperatura del motore adiabatico (vedi Figura 1 e Figura 4), si può osservare che con la combustione CD, ritardata rispetto a quella simmetrica EFG, la temperatura del gas è sempre più bassa, a parità di posizione dello stantuffo, rispetto alla combustione anticipata AB. Una combustione ritardata produrrà quindi scambi termici con le pareti (Q_w) inferiori rispetto ad una anticipata quando si passi al funzionamento "diabatico".

Una combustione ritardata produce, d'altronde, un incremento ΔS_{ab} maggiore rispetto a quella simmetrica al PMS (vedi equazione (5) e Figura 4) che si traduce in un aumento di Q_2 (vedi equazione (6)). La condizione di massimo rendimento, a parità di calore introdotto Q_1 , coincide con quella di minimo calore globalmente ceduto dal gas durante il ciclo $Q_{2totale} = Q_2 + Q_w$. Se si analizza l'andamento di Q_2 e di Q_w

in funzione della posizione angolare della combustione (partendo da combustione anticipata e andando verso quella ritardata) si vede che Q_2 è minimo in corrispondenza di combustione simmetrica rispetto al PMS mentre Q_w è sempre decrescente; si può dunque concludere che il minimo di $Q_{2totale} = Q_2 + Q_w$ si trova in corrispondenza di combustione ritardata.

Considerazioni quantitative possono essere condotte, considerando ancora l'andamento delle temperature del motore adiabatico, nel caso particolare di combustione istantanea ($\vartheta_c=0$). In Figura 6 sono rappresentati, sul piano termodinamico temperatura - entropia massica, i cicli termodinamici con combustioni istantanee localizzate rispettivamente al PMS (linea A-BCZ), in anticipo rispetto al PMS (linea A-D-WD+) ed in ritardo rispetto al PMS (linea A-BA+D+). Le stesse combustioni istantanee sono visibili, In Figura 5, su un piano di coordinate $[\vartheta, \zeta = TV^{k-1}]$.

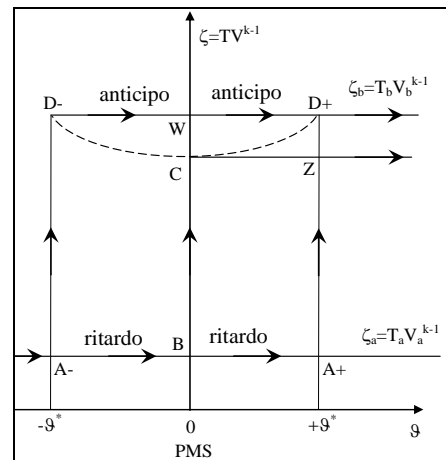


Figura 5 - andamento della funzione TV^{k-1} con combustioni istantanee (A-D-, A+D+ e BC)

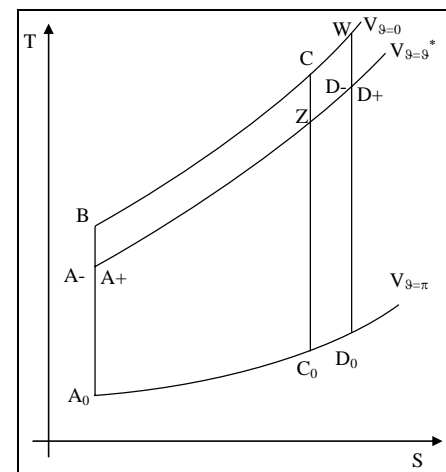


Figura 6 - ciclo termodinamico con combustioni istantanee (A-D-, A+D+ e BC)

La combustione anticipata e quella ritardata rispetto al PMS risultano entrambe equivalenti ad una riduzione del rapporto volumetrico di compressione, quindi producono un aumento del calore Q_2 , rispetto alla combustione al PMS, e abbassano il rendimento del ciclo termodinamico ideale. La combustione ritardata produce temperature mediamente più basse rispetto a

quella anticipata, come si può vedere in Figura 5 (i cui andamenti sono ottenuti sulla base dell'equazione (4)), e quindi si produrranno minori scambi termici Q_w quando si passerà al funzionamento "diabatico"; in conclusione, la posizione di ottimo della combustione istantanea è in ritardo rispetto al PMS poiché, in questo modo, si minimizza il calore $Q_{2totale}$ complessivamente ceduto dal gas durante il ciclo; alla stessa conclusione si era giunti nel caso di combustione di durata finita.

Se si considerano anche le perdite meccaniche (ipotesi g), la prestazione del motore viene valutata in termini di pressione media effettiva (p_{me}) definita come:

$$p_{me} = p_{mi} - p_{v totale} \quad (27)$$

dove p_{mi} è la pressione media indicata e $p_{v totale}$ è la pressione a vuoto che tiene conto classicamente: dell'energia persa per attrito (tra stantuffo e cilindro e nei cuscinetti di banco e di manovella) in relazione alla pressione dei gas nel cilindro ed alle forze d'inerzia delle masse alterne, e dell'energia necessaria a trascinare gli accessori del motore. Il massimo rendimento corrisponde, a parità di calore introdotto Q_1 , alla massima p_{me} . Si vuole ora quantificare il ritardo ottimo \mathcal{G}^* della combustione istantanea rispetto al PMS: si valuterà la variazione $d(p_{me})$ dovuta ad un incremento $d\mathcal{G}^*$ del ritardo di combustione \mathcal{G}^* (rispetto al PMS); imponendo la condizione di massima p_{me} ($d(p_{me})=0$) si otterrà il valore del ritardo ottimo. In un motore ideale (adiabatico e senza attrito) tale ritardo ha l'effetto di aumentare il calore Q_2 ceduto a fine espansione (vedi Figura 6) e quindi di ridurre il rendimento del ciclo. La diminuzione di rendimento può essere vista anche come una diminuzione del rapporto volumetrico di espansione ρ_{FC} inteso come rapporto tra il volume al punto morto inferiore (PMI) e il volume di fine combustione. Con riferimento alla Figura 6:

$$\rho_{FC} = \frac{V_{D_0}}{V_{D_+}} < \frac{V_{C_0}}{V_C} = \rho_{PMS} \Rightarrow \quad (28)$$

$$\Rightarrow \eta_{FC} = 1 - \frac{1}{\rho_{FC}^{k-1}} < \eta_{PMS} = 1 - \frac{1}{\rho_{PMS}^{k-1}}$$

dove ρ_{FC} e η_{FC} sono il rapporto di espansione ed il rendimento corrispondenti alla combustione posticipata A+D+ di Figura 6 mentre ρ_{PMS} e η_{PMS} sono il rapporto di espansione ed il rendimento corrispondenti alla combustione al PMS (linea BC di Figura 6).

La variazione del calore sottratto a fine espansione dQ_2 , dovuta ad un incremento $d\mathcal{G}^*$ del ritardo della combustione istantanea a Q_1 costante, può essere valutata come:

$$Q_1 = Q_2 \rho^{k-1} \Rightarrow \frac{dQ_1}{Q_1} = 0 = \frac{dQ_2}{Q_2} + (k-1) \frac{d\rho}{\rho} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow dQ_2 = -(k-1) \frac{d\rho}{\rho} Q_2 = -\frac{(k-1) d\rho}{\rho^{k-1}} Q_1 \quad (29)$$

Per definizione la p_{mi} è:

$$\frac{p_{mi}}{m} = \frac{Q_1 - Q_2}{V_0} = \frac{Q_1(1 - Q_2/Q_1)}{V_0} = \frac{Q_1}{V_0} \left(1 - \frac{1}{\rho^{k-1}}\right) \quad (30)$$

Nel motore reale (diabatico e con attrito) le variazioni di p_{mi} e p_{me} causate da un incremento $d\mathcal{G}^*$, sempre a Q_1 costante, si

possono scrivere:

$$\frac{d(p_{mi})}{m} = \frac{d(Q_1 - Q_{2totale})}{V_0} = -\frac{(dQ_2 + dQ_w)}{V_0} \quad (31)$$

$$\frac{d(p_{me})}{m} = \frac{d(Q_1 - Q_{2totale} - \frac{V_0}{m} p_v)}{V_0} = -\frac{dQ_2 + dQ_w + \frac{V_0}{m} d(p_v)}{V_0} \quad (32)$$

e la condizione di massimo rendimento, $d(p_{me})=0$, fornisce:

$$dQ_2 = -dQ_w - \frac{V_0}{m} d(p_v) \quad (33)$$

La pressione p_v che compare nella (33) è composta dai soli termini d'attrito connesso alla pressione del gas, unici a subire una variazione in funzione del ritardo della combustione.

I due termini della p_v da considerare sono dunque p_{v1} (relativo all'attrito stantuffo-cilindro) e p_{v2} (relativo all'attrito nei cuscinetti); la condizione di massimo rendimento diventa quindi:

$$dQ_2 = -dQ_w - \frac{V_0}{m} d(p_{v1}) - \frac{V_0}{m} d(p_{v2}) \quad (34)$$

Si ipotizza che il calore trasferito dal gas alle pareti del cilindro Q_w sia proporzionale al tempo durante il quale il gas sta a contatto con le pareti e alla temperatura del gas, considerando, in prima approssimazione, che l'aumento della superficie di scambio termico, durante l'espansione del gas, sia compensata dalla diminuzione del coefficiente convettivo h . Si ha dunque:

$$Q_w = \text{costante} \cdot \int_{FC}^{PMI} T d\mathcal{G}$$

Definita T_{FC} la temperatura del gas alla fine della combustione istantanea (che si mantiene circa costante per piccoli valori del ritardo \mathcal{G}^* nell'intorno del PMS), l'aumento di Q_w dovuto ad un aumento $d\mathcal{G}^*$ del ritardo della combustione rispetto al PMS è:

$$dQ_w \approx -\text{costante} \cdot T_{FC} \cdot d\mathcal{G}^* \quad (35)$$

l'approssimazione introdotta nella (35) è del tutto accettabile se si considera che un incremento $d\mathcal{G}^*$ in prossimità del PMS, dove le variazioni di volume sono minime, non causa significative variazioni della temperatura alla fine della combustione ($T_{FC} \approx \text{costante}$, vedi Figura 5 e Figura 6).

Sempre in prima approssimazione si può considerare, una volta conclusa la combustione:

$$TV^{k-1} = \text{costante}$$

e quindi segue:

$$Q_w = \text{costante} \cdot \int_{FC}^{PMI} T d\mathcal{G} = \text{costante} \cdot T_{FC} \int_{FC}^{PMI} \left(\frac{V_{FC}}{V}\right)^{k-1} d\mathcal{G}$$

dove V è il volume del cilindro durante l'espansione del gas mentre V_{FC} è il volume nell'istante di fine combustione (quando $\mathcal{G} = \mathcal{G}^*$) e k è l'esponente dell'isentropica. La rotazione media $d\mathcal{G}$, durante l'espansione del gas dalla fine della

combustione al PMI, può essere considerata, sempre in via di prima approssimazione, proporzionale alla variazione di volume dV , quindi:

$$d\mathcal{G} \approx \frac{\pi}{V_0} dV \Rightarrow Q_w = \text{costante} \cdot T_{FC} \frac{\pi}{V_0} \int_{FC}^{PMI} \left(\frac{V_{FC}}{V} \right)^{k-1} dV$$

approssimando ancora:

$$\int_{FC}^{PMI} \left(\frac{V_{FC}}{V} \right)^{k-1} dV \approx \int_{PMS}^{PMI} \left(\frac{V_{PMS}}{V} \right)^{k-1} dV \quad (36)$$

segue che:

$$\begin{aligned} Q_w &\approx \text{costante} \cdot T_{FC} \frac{\pi}{V_0} \int_{PMS}^{PMI} \left(\frac{V_{PMS}}{V} \right)^{k-1} dV = \\ &= \text{costante} \cdot T_{FC} \cdot \pi \frac{\rho^{2-k} - 1}{(2-k)(\rho-1)} \end{aligned} \quad (37)$$

e quindi:

$$\frac{dQ_w}{Q_w} = - \frac{d\mathcal{G}^* (2-k)(\rho-1)}{\pi \rho^{2-k} - 1} \quad (38)$$

come si può notare, un incremento $d\mathcal{G}^*$ del ritardo della combustione istantanea produce, da una parte (equazione (38)), una riduzione di Q_w , quindi un aumento della p_{mi} nella (31), mentre dall'altra (nella (29) $d\mathcal{G}^* > 0$ significa $d\rho < 0$) produce un aumento di Q_2 , quindi una diminuzione della p_{mi} nella (31); il massimo della p_{mi} si ottiene quando, per dato incremento $d\mathcal{G}^*$, si abbia una variazione $d(p_{mi})$ nulla e quindi (dall'equazione (31)) $-dQ_w = dQ_2$.

Le perdite per attrito fra stantuffo e cilindro, p_{v1} , durante la corsa di espansione sono considerate, in via di prima approssimazione, proporzionali alla pressione dei gas ed alla corsa dello stantuffo (quindi alla variazione di volume):

$$p_{v1} = \text{costante} \cdot \int_{FC}^{PMI} p \cdot \tan(\varphi) \cdot dV$$

dove φ è l'angolo compreso tra la biella e l'asse del cilindro ed è una funzione dell'angolo di manovella \mathcal{G} ; φ assume il valore φ^* per $\mathcal{G} = \mathcal{G}^*$. Se p_{FC} è la pressione del gas alla fine della combustione, l'incremento $d(p_{v1})$ dovuto ad un incremento $d\mathcal{G}^*$ (cui corrisponde una variazione di volume dV^*) è:

$$d(p_{v1}) \approx -\text{costante} \cdot p_{FC} \cdot \tan(\varphi^*) \cdot dV^*$$

ma è anche:

$$\begin{aligned} \tan(\varphi^*) &\approx \sin(\varphi^*) = \frac{1}{\mu} \cdot \sin(\mathcal{G}^*) \approx \frac{\mathcal{G}^*}{\mu} \Rightarrow \\ \Rightarrow d(p_{v1}) &\approx -\text{costante} \cdot p_{FC} \cdot \frac{\mathcal{G}^*}{\mu} \cdot dV^* \end{aligned}$$

il valore medio della variabile $\tan(\varphi)$, durante la rotazione di manovella dalla fine combustione (FC) al PMI può essere scritto:

$$\overline{\tan(\varphi)} \approx \overline{\sin(\varphi)} = \frac{1}{\mu} \overline{\sin(\mathcal{G})} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^\pi \sin(\mathcal{G}) d\mathcal{G} = \frac{2}{\mu \cdot \pi}$$

assumendo isentropica, in via di prima approssimazione, l'espansione da FC al PMI, si ha:

$$\begin{aligned} p_{v1} &= \text{costante} \cdot \int_{FC}^{PMI} p \cdot \tan(\varphi) \cdot dV \approx \\ &\approx \text{costante} \cdot p_{FC} \cdot \overline{\tan(\varphi)} \cdot \int_{FC}^{PMI} \left(\frac{V_{FC}}{V} \right)^k dV \approx \\ &\approx \text{costante} \cdot p_{FC} \cdot \frac{2}{\mu \cdot \pi} \cdot \int_{FC}^{PMI} \left(\frac{V_{FC}}{V} \right)^k dV \end{aligned}$$

dove si è assunto che p_{FC} rimanga circa costante per piccoli ritardi della combustione \mathcal{G}^* vicino al PMS; considerando l'ipotesi semplificativa (36) segue che:

$$\begin{aligned} p_{v1} &\approx \text{costante} \cdot p_{FC} \cdot \frac{2}{\mu \cdot \pi} \cdot \int_{PMS}^{PMI} \left(\frac{V_{PMS}}{V} \right)^k dV = \\ &= \text{costante} \cdot \frac{2}{\mu \cdot \pi} \cdot p_{FC} V_0 \frac{\rho^{1-k} - 1}{(1-k)(\rho-1)} \end{aligned} \quad (39)$$

e quindi:

$$\frac{d(p_{v1})}{p_{v1}} = - \frac{\mathcal{G}^* \cdot \pi}{2} \cdot \frac{dV^*}{V_0} \cdot \frac{(1-k)(\rho-1)}{\rho^{1-k} - 1} \quad (40)$$

Dall'equazione (40) si evince che un incremento $d\mathcal{G}^*$, cui corrisponde un incremento dV^* , produce una diminuzione di p_{v1} cui corrisponde un aumento della p_{me} (equazione (32)); d'altronde l'incremento $d\mathcal{G}^*$ produce anche un aumento di Q_2 (nella (29) $d\mathcal{G}^* > 0$ significa $d\rho < 0$) quindi una diminuzione della p_{mi} (equazione (31)) e con essa della p_{me} ; la condizione di massima p_{me} si ottiene quando, per dato incremento $d\mathcal{G}^*$, si produce una variazione $d(p_{me})$ nulla. Le perdite per attrito nei cuscinetti sono considerate, in via di prima approssimazione, proporzionali alla pressione del gas e all'angolo di rotazione della manovella durante la corsa di espansione:

$$\begin{aligned} p_{v2} &= \text{costante} \cdot \int_{FC}^{PMI} p \cdot d\mathcal{G} \\ d(p_{v2}) &\approx -\text{costante} \cdot p_{FC} \cdot d\mathcal{G}^* \end{aligned}$$

dove $d(p_{v2})$ è l'incremento di p_{v2} dovuto ad un aumento $d\mathcal{G}^*$ del ritardo della combustione istantanea. Con le stesse ipotesi fatte per la valutazione di $d(p_{v1})$, segue che:

$$\begin{aligned} p_{v2} &\approx \text{costante} \cdot p_{FC} \int_{PMS}^{PMI} \left(\frac{V_{PMS}}{V} \right)^k d\mathcal{G} \\ d\mathcal{G} &\approx \frac{\pi}{V_0} dV \Rightarrow p_{v2} = \text{costante} \cdot p_{FC} \frac{\pi}{V_0} \int_{PMS}^{PMI} \left(\frac{V_{PMS}}{V} \right)^k dV \Rightarrow \\ \Rightarrow p_{v2} &= \text{costante} \cdot p_{FC} \cdot \pi \frac{\rho^{1-k} - 1}{(1-k)(\rho-1)} \end{aligned} \quad (41)$$

$$\Rightarrow \frac{d(p_{v2})}{p_{v2}} = - \frac{d\mathcal{G}^* (1-k)(\rho-1)}{\pi \rho^{1-k} - 1} \quad (42)$$

Dall'equazione (42) si nota che un incremento $d\mathcal{G}^*$ causa una diminuzione di p_{v2} , esattamente come accadeva per p_{v1} ,

con conseguenze simili.

La condizione di massimo rendimento (34) assieme alle (29), (38), (40) e (42) porta alla seguente equazione:

$$\begin{aligned} -\frac{(k-1)d\rho}{\rho^{k-1}} \frac{Q_1}{\rho} = wQ_1 \frac{d\mathcal{G}^*}{\pi} \frac{(2-k)(\rho-1)}{\rho^{2-k}-1} + \\ + \frac{\pi \cdot \mathcal{G}^*}{2} v_1 p_{mi} \frac{dV^*}{V_0} \frac{(1-k)(\rho-1)}{\rho^{1-k}-1} \frac{V_0}{m} + \\ + v_2 p_{mi} \frac{d\mathcal{G}^*}{\pi} \frac{(1-k)(\rho-1)}{\rho^{1-k}-1} \frac{V_0}{m} \end{aligned} \quad (43)$$

$$\text{dove: } w = \frac{Q_w}{Q_1}, \quad v_1 = \frac{p_{v1}}{p_{mi}}, \quad v_2 = \frac{p_{v2}}{p_{mi}}$$

essendo:

$$\begin{aligned} V_0 = V_{PMI} - V_{PMS} = V_{PMS}(\rho-1) \approx V_{FC}(\rho-1) \Rightarrow \\ \Rightarrow V_{FC} \approx \frac{V_0}{\rho-1}; \quad \rho = \frac{V_{PMI}}{V_{PMS}} \end{aligned}$$

la variazione del rapporto di compressione ρ , dovuta ad un incremento $d\mathcal{G}^*$, è quindi:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{\rho} \approx -\frac{dV^*}{V_{FC}} = -\frac{dV^*}{V_0} \frac{V_0}{V_{FC}} \approx -\frac{dV^*}{V_0}(\rho-1) \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{dV^*}{V_0} \approx -\frac{1}{\rho-1} \frac{d\rho}{\rho} \end{aligned} \quad (44)$$

per mezzo della:

$$\frac{dV}{d\mathcal{G}} = 0.5V_0 \sin \mathcal{G} \left(1 + \frac{\cos \mathcal{G}}{\sqrt{\mu^2 - \sin^2(\mathcal{G})}} \right) \approx 0.5V_0 \sin \mathcal{G} \left(1 + \frac{\cos \mathcal{G}}{\mu} \right) \quad (45)$$

si ottiene:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{\rho} \approx -\frac{\rho-1}{2} \sin \mathcal{G}^* \left(1 + \frac{1}{\mu} \cos \mathcal{G}^* \right) \cdot d\mathcal{G}^* \Rightarrow \\ \Rightarrow \left. \frac{d\rho}{\rho} \right|_{\text{vicino PMS}} \approx -\frac{1+\mu}{2\mu} (\rho-1) \cdot \mathcal{G}^* \cdot d\mathcal{G}^* \end{aligned} \quad (46)$$

quindi dalle relazioni (43), (30), (44) e (46) si ottiene, in definitiva, il ritardo ottimo della combustione istantanea:

$$\mathcal{G}_{ott}^* = \frac{2\mu}{\pi(1+\mu)} \frac{w \frac{2-k}{(k-1)(\rho^{2-k}-1)} + v_2}{\rho^{1-k} - v_1 \cdot \frac{\pi \cdot \mathcal{G}^*}{2}} \quad (47)$$

In un motore ad accensione comandata circa un terzo del calore introdotto con il combustibile viene trasformato in lavoro; circa un terzo va perso sotto forma di calore scambiato con le pareti del cilindro e circa un terzo sotto forma di calore associato ai gas di scarico [1]. Nell'analisi che ha portato alla formula (47), il calore Q_w è quello relativo alla sola fase di espansione che viene stimato pari a 2/3 del calore complessivamente scambiato con le pareti durante le corse di compressione ed espansione. Il coefficiente w , in via di prima approssimazione, è quindi pari a $2/3 \cdot 1/3 = 2/9 = 0.22$. Per un motore ad accensione comandata, un valore ragionevole di

rendimento organico, a pieno carico, è circa 0.8, il che significa: $p_{v\text{totale}} = 0.2 \cdot p_{mi}$. Nella presente trattazione si considerano solo le componenti della pressione a vuoto influenzate dalla fase della combustione e cioè quelle generate dall'attrito dovuto alla pressione dei gas; si è quindi stimato [5]:

$$p_v = (p_{v1} + p_{v2}) = 0.5 \cdot p_{v\text{totale}}$$

In un motore ad accensione comandata l'energia persa per attrito all'interfaccia stantuffo-cilindro è circa quattro volte quella persa nei cuscinetti (di banco e di manovella) [5], di conseguenza si può affermare che:

$$p_{v1} = 4p_{v2} \Rightarrow v_1 = 4v_2 \quad (48)$$

e poichè $v_1 + v_2 = 0.1$ segue: $v_1 = 0.02$ e $v_2 = 0.08$. Assumendo i seguenti valori delle costanti: $k=1.3$, $\rho=10$, $\mu=3.18$; l'equazione (47) produce i risultati riportati in Tabella 1.

Tabella 1 – angolo di ritardo ottimo della combustione istantanea (formula (47)) per diversi valori dei coefficienti di scambio termico e di attrito (w , v_1 e v_2)

v_1	v_2	w	\mathcal{G}_{ott}^* [° dopo il PMS]
0.08	0.02	0.22	8.6
0.00	0.00	0.22	7.1
0.08	0.02	0.00	1.1
0.00	0.02	0.22	8.2
0.08	0.00	0.22	7.4
0.08	0.02	0.30	11.3
0.00	0.00	0.30	9.6
0.16	0.04	0.22	10.3
0.16	0.04	0.00	2.3

Analizzando tali risultati si nota che l'effetto del solo calore scambiato con le pareti (pari al 22% di Q_1) produce un ritardo ottimo della combustione istantanea di circa 7° di manovella con una dipendenza lineare fra l'angolo ed il calore medesimo. Le sole perdite per attrito (pari complessivamente al 10% della p_{mi}) producono un ritardo ottimo della combustione istantanea di circa 1° di manovella e, ancora, \mathcal{G}_{ott}^* è circa linearmente dipendente da $(v_1 + v_2)$. Per i due fenomeni, scambio termico e attrito, non vale rigorosamente la sovrapposizione degli effetti ma esiste una minima influenza reciproca; inoltre le perdite per attrito fra stantuffo e cilindro, sebbene siano maggiori di quelle nei cuscinetti, influenzano molto meno il valore del ritardo ottimo (vedi righe 4 e 5 di Tabella 1). Questo deriva dal fatto che le forze d'attrito tra stantuffo e cilindro si annullano al PMS e quindi il valore di p_{v1} è poco influenzato da un ritardo della combustione istantanea in prossimità del PMS. Il ritardo ottimo, in presenza sia di scambi termici che di attrito, risulta pari a 8.6°: valore in buon accordo [6] con i dati di letteratura, per motori ad accensione comandata, relativi alla posizione della metà dell'arco di combustione che garantisce la massima coppia erogata dal motore.

CONCLUSIONI

La trattazione svolta ha come scopo principale quello di

spiegare analiticamente l'influenza di alcuni fenomeni in termini di variazione della posizione ottima della combustione rispetto alla simmetria al PMS e di fornire un andamento qualitativo del ritardo ottimo di combustione. Le conclusioni numeriche a cui si giunge, sebbene siano ricavate per mezzo di ipotesi fortemente semplificative (combustione istantanea, variazione del coefficiente convettivo compensata dalla variazione di superficie di scambio, ecc.), sono del tutto compatibili con quanto riscontrabile in letteratura [6]. Non si possono ovviamente trarre, da questi risultati, indicazioni quantitative circa l'anticipo di accensione ottimo (parametro controllato dalla centralina elettronica), poichè la durata della combustione (e quindi la posizione della metà dell'arco omonimo) dipende fortemente dalle condizioni operative.

In sintesi si può concludere che la simmetria del moto dello stantuffo, rispetto alla posizione del PMS, associata alla simmetria di altri fenomeni fisici, rispetto ad un proprio angolo $\mathcal{G}_{simmetria}$, implica che quest'ultimo debba coincidere con la posizione del PMS per ottenere il massimo rendimento del motore. È il caso di motore adiabatico in presenza di una funzione "velocità di rilascio del calore" simmetrica. Nel caso di funzioni di rilascio del calore come quella di Wiebe ($x = 1 - e^{-ay^{m+1}}$ con coefficienti $a=5$ ed $m=2$), con derivata asimmetrica, la condizione di massimo rendimento si ottiene quando la posizione del PMS coincide con l'angolo corrispondente al baricentro dell'area sottesa dalla funzione "velocità di rilascio del calore". Lo scambio termico con le pareti del cilindro avviene, principalmente, dopo la combustione (a causa delle maggiori temperature del gas) e quindi è fortemente asimmetrico rispetto alla posizione del PMS. Questo fenomeno produce un ritardo ottimo della posizione della combustione istantanea di circa 7° rispetto al PMS.

Le perdite per attrito, dovute alla pressione del gas, sono anch'esse asimmetriche rispetto alla posizione del PMS, avvenendo principalmente dopo la combustione (a causa delle maggiori pressioni del gas). Questo fenomeno produce un ulteriore ritardo nell'ottimo della posizione della combustione istantanea di circa 1.5° rispetto al PMS. Il ritardo complessivo dovuto ad entrambi i fenomeni è compreso tra 8° e 9° .

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

1. J. B. Heywood, "Internal Combustion Engines Fundamentals", McGraw-Hill automotive technology series, Singapore 1988, ISBN 0-07-100499-8.
2. Granino A. Korn, Theresa M. Korn, "Mathematical Handbook for Scientists and Engineers", McGraw-Hill 1968.
3. M.A. Ceviz, I. Kaymaz, "Temperature and air-fuel ratio dependent specific heat ratio functions for lean burned and unburned mixture", Energy Conversion and Management 46.
4. A. Beccari, S. Beccari, E. Pipitone, "An analytical approach for the evaluation of the optimal combustion phase in spark ignition engines", ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 132, Issue 3, 2010, DOI: 10.1115/1.3155395
5. C. R. Ferguson, A. T. Kirkpatrick, "Internal Combustion Engines Applied Thermosciences", John Wiley & Sons, Inc., New York 2001, ISBN 0-471-35617-4.
6. Pipitone E., "A comparison between combustion phase indicators for optimal spark timing", ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 130, Issue 5, September 2008, DOI: 10.1115/1.2939012

7. J.H. Horlock and D.E. Winterbone, "The Thermodynamics and gas dynamics of Internal Combustion Engines", Volume II, Clarendon Press, Oxford 1986.

SIMBOLI E ABBREVIAZIONI

- b = lunghezza della biella [mm]
 c_p = calore specifico a pressione costante del gas [J/Kg K]
 c_v = calore specifico a volume costante del gas [J/Kg K]
 c_{v0}, c_{p0}, k_0 = calori specifici ed esponente dell'isentropica alla temperatura ambiente di riferimento T_0
 dQ_{in} = calore massico fornito al gas nell'intervallo di tempo infinitesimo dt [J/Kg]
 dQ_w = calore massico sottratto al gas dalle pareti durante l'intervallo di tempo dt [J/Kg]
 dV^* = variazione di volume corrispondente ad un incremento $d\mathcal{G}$ [m³]
 h = coefficiente convettivo [W/m² K]
 k = esponente dell'isentropica
 m = massa di gas nel cilindro [Kg]
 p = pressione del gas [Pa]
 p_{me} = pressione media effettiva [bar]
 p_{mi} = pressione media indicata [bar]
 PMI = punto morto inferiore
 PMS = punto morto superiore
 p_v = parte della $p_{v\ totale}$ dovuta alla pressione dei gas [bar]
 $p_{v\ totale}$ = pressione a vuoto complessiva [bar]
 p_{v1} = pressione a vuoto dovuta all'attrito tra stantuffo e cilindro [bar]
 p_{v2} = pressione a vuoto dovuta all'attrito nei cuscinetti [bar]
 \dot{Q}_w = potenza termica massica sottratta al gas dalle pareti [W/Kg]
 Q_1 = calore massico fornito al gas nell'intero arco di combustione [J/Kg]
 Q_2 = calore massico sottratto al gas per chiudere il ciclo termodinamico [J/Kg]
 $Q_{2\ totale} = Q_2 + Q_w$ [J/Kg]
 Q_w = calore massico complessivamente sottratto al gas dalle pareti [J/Kg]
 R = costante del gas [J/Kg K]
 r = lunghezza della manovella [mm]
 S = entropia specifica del gas [J/Kg K]
 S' = superficie della camera di combustione [m²]
 T_0 = temperatura ambiente di riferimento = 288 K
 T = temperatura del gas [K]
 T_w = temperatura delle pareti del cilindro [K]
 V = volume all'interno del cilindro [m³]
 v = volume massico del gas [m³/Kg]
 V_0 = cilindrata [m³]
 v_1 = rapporto tra p_{v1} e p_{mi}
 v_2 = rapporto tra p_{v2} e p_{mi}
 w = rapporto tra Q_w e Q_1
 $x(\mathcal{G})$ = frazione di calore, rilasciata dalla combustione, da \mathcal{G}_a a \mathcal{G}
 $y(\mathcal{G})$ = frazione di rotazione rispetto all'arco di combustione
 ΔS_{ab} = incremento di entropia specifica dovuto alla combustione [J/Kg K]

SIMBOLI GRECI

$d\mathcal{G}^*$ = incremento del ritardo \mathcal{G}^* rispetto al PMS [°]
 \mathcal{G}^* = ritardo della combustione istantanea rispetto al PMS [°]
 \mathcal{G}_{ott}^* = ritardo ottimo della combustione istantanea rispetto al PMS [°]
 \mathcal{G}_c = arco di combustione [°]
 \mathcal{G}_g = ascissa del baricentro dell'area sottesa dalla funzione $dx/d\mathcal{G}$ [°]
 \mathcal{G} = angolo di manovella [°]
 η = rendimento del ciclo termodinamico
 φ = angolo che la biella forma con l'asse del cilindro [°]
 φ^* = valore di φ in corrispondenza di $\mathcal{G} = \mathcal{G}^*$ [°]
 λ = sfasamento angolare tra il PMS e la mezzeria dell'arco di combustione [°]
 μ = rapporto biella su manovella
 ρ = rapporto volumetrico di compressione del motore
 $\zeta = T v^{k-1}$

APICI E PEDICI

a = relativo all'inizio della combustione
 b = relativo alla fine della combustione
 F_C = relativo all'istante di fine combustione istantanea
 P_{MI} = relativo al PMI
 P_{MS} = relativo al PMS

SUMMARY

It is well known that the spark advance is one of the most important parameters influencing the efficiency of a S.I. engine. A change in this parameter causes a shift in the combustion phase, and the optimal position of the heat introduction phase, with respect to the piston motion, implies the maximum brake mean effective pressure (*bmep*), for given operative conditions.

In this work the most significant parameters involved with the optimal combustion phase position are taken into consideration. In particular, the influence of the combustion duration, of the heat release law, of the heat transfer to the combustion chamber walls and of the mechanical friction losses are evaluated.

The theoretical conclusion, experimentally proven by many authors, is that the central point of the combustion phase (known as the location of the 50% of mass fraction burnt, here called MFB50) must be delayed with respect to the top dead centre (TDC), as a consequence of both heat exchange between gas and chamber walls and friction losses. In the hypothesis of instantaneous combustion, a simplified equation, furnishing the optimal combustion delay with respect to TDC, is obtained. The heat exchanges are responsible for a combustion delay of about 7° while the friction losses are responsible for another 2° of delay. These values are obtained by average estimation of heat exchange and friction losses values.